Zusätze zur PhyDid B Veröffentlichung:

Chunks in Chemie- und Physikaufgaben

- Zusammenhang zwischen Gedächtniskapazität und Aufgabenkomplexität -

Felix Stindt*, Alexander Strahl[+], Rainer Müller*

*Technische Universität Braunschweig, IFdN, Abt. Physik & Physikdidaktik
[+]Universität Salzburg, School of Education, AG Didaktik der Physik
felix.stindt@gmx.net, alexander.strahl@sbg.ac.at, rainer.mueller@tu-bs.de

Phydid B 2014

- Zu bearbeitendes Aufgabenblatt
- Musterlösung aller sieben Aufgaben mit Einteilung der Lösung in die durchzuführenden Schritte
- Vierseitige Formelsammlung
- Liste der verwendeten Zahlenfolgen zur Bestimmung der Gedächtniskapazität (mittels Zufallsgenerator erzeugt)

Institut für Fachdidaktik der Naturwissenschaften
Abteilung Physik und Physikdidaktik

Felix Stindt, Alexander Strahl

Wiedererkennungsschlüssel:

Anfangsbuchstabe des Vornamens Ihrer Mutter	....
Anfangsbuchstabe des Vornamens Ihres Vaters	....
Letzter Buchstabe Ihres Geburtsortes	....
Letzte Ziffer Ihrer Handynummer	....

Bitte beantworten Sie die vorliegenden Fragen schriftlich. Als Hilfsmittel sind ein Taschenrechner und die beiliegende Formelsammlung gestattet. Jegliche Form der Partnerarbeit ist untersagt. Hinweise: Die Aufgaben sind **nicht** nach ihrem Schwierigkeitsgrad geordnet. In allen Aufgaben kann jegliche Form der Reibung vernachlässigt werden.

1. Ein Quader der Masse $5\ \mathrm{kg}$ rutscht reibungsfrei eine schiefe Ebene mit einer Höhe von $2\ \mathrm{m}$ und einem Neigungswinkel von $30°$ hinab. Ein Zylinder mit gleicher Masse rollt dieselbe Ebene ebenfalls reibungsfrei hinunter. Welcher Körper kommt zuerst unten an und wie sind die Geschwindigkeiten beider Körper am Ende der schiefen Ebene?

2. Herr Meier fährt mit seinem Auto insgesamt $20\ \mathrm{km}$ auf der Autobahn. Die ersten $10\ \mathrm{km}$ ist die Strecke frei und er kann $100\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ fahren. Auf den zweiten $10\ \mathrm{km}$ ist jedoch eine Baustelle, in der er nur $50\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ fahren kann. Berechnen Sie die Durchschnittsgeschwindigkeit seiner Autobahnfahrt.

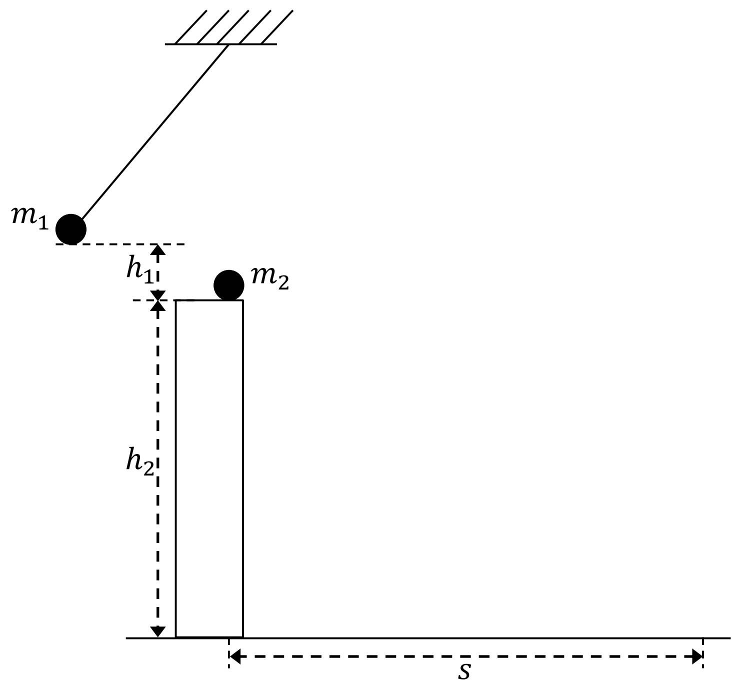
3. Berechnen Sie die Wurfweite eines Balles, der unter einem Winkel von 20° zur Horizontalen und mit einer Geschwindigkeit von $90\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ abgeworfen wird. Vereinfacht wird angenommen, dass der Wurf direkt vom Erdboden aus durchgeführt wird.

4. Ein Arzt misst bei seinem Patienten einen Blutdruck von $120 : 85$. Diese Werte geben den Blutdruck vor und nach dem Durchlauf des Blutkreislaufes an. Die Angabe erfolgt in $\mathrm{mm\ Hg}$: $1\ \mathrm{mm\ Hg} =$ Schweredruck, den ein Millimeter einer Quecksilbersäule ausübt. Die Dichte von Quecksilber beträgt $13{,}546\ \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}$. Bestimmen Sie den Wert des gemessenen Blutdrucks in Pa. (Aufgabe nach (Blum, 2010))

5. Geostationäre Satelliten sind Satelliten, die die Erde in einer Kreisbahn umfliegen, dabei jedoch stets über demselben Ort auf der Erde stehen, für einen Beobachter also so wirken, als wären sie direkt über ihm fixiert. Berechnen Sie die Höhe eines solchen Satelliten über der Erdoberfläche.

6. Wie verändert sich die Periodendauer eines Fadenpendels der Länge $1\ \mathrm{m}$, wenn die Masse des angehängten Probekörpers verdoppelt wird? Berechnen Sie jeweils die Periodendauer.

7. Eine an einem $2\ \mathrm{m}$ langen Faden befestigte Pendelkugel mit der Masse $m_1 = 1\ \mathrm{kg}$ wird von der Höhe $h_1 = 0{,}8\ \mathrm{m}$ losgelassen (siehe Skizze). Im tiefsten Punkt der Pendelbahn stößt diese Kugel zentral elastisch gegen eine ruhende Kugel gleicher Masse. Die zweite Kugel fliegt so weg, dass sie auf einen mit Sand bedeckten Boden fällt, wo sie – $5\ \mathrm{m}$ unterhalb ihrer ursprünglichen Auflagefläche im Abstand s von diesem – im Sand liegen bleibt. Berechnen Sie den in der Skizze angegebenen Abstand s. (Aufgabe und Bild nach (Stark, 2007))



Aufgabe 1

Ein Quader der Masse $5\ \mathrm{kg}$ rutscht reibungsfrei eine schiefe Ebene mit einer Höhe von $2\ \mathrm{m}$ und einem Neigungswinkel von 30° hinab. Ein Zylinder mit gleicher Masse rollt dieselbe Ebene ebenfalls reibungsfrei hinunter. Welcher Körper kommt zuerst unten an und wie sind die Geschwindigkeiten beider Körper am Ende der schiefen Ebene?

1. Der Quader wandelt bei seinem Rutschen entlang der Ebene potentielle in kinetische Energie um. Es gilt demnach folgende Energiebilanz: (Energieansatz)

$$E_{\mathrm{pot}} = E_{\mathrm{kin}}$$
$$m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

2. Die erhaltene Gleichung kann nach der gesuchten Geschwindigkeit umgestellt und diese mit Hilfe der gegebenen Werte berechnet werden: (umstellen und ausrechnen)

$$\cancel{m} \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cancel{m} \cdot v^2$$
$$v^2 = 2g \cdot h$$
$$v = \sqrt{2g \cdot h}$$
$$v = 6{,}26\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

3. Der Zylinder wandelt bei seinem Rollen entlang der Ebene potentielle in kinetische Energie und Rotationsenergie um. Es gilt demnach folgende Energiebilanz: (Energie-ansatz)

$$E_{\mathrm{pot}} = E_{\mathrm{kin}} + E_{\mathrm{rot}}$$
$$m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} m \cdot v^2 + \frac{1}{2} J \cdot \omega^2$$

4. Das Trägheitsmoment eines Zylinders und eine Umrechnung der Winkelgeschwindigkeit können der Formelsammlung entnommen werden: (in Formelsammlung nachschlagen)

$$J = \frac{1}{2} m \cdot r^2$$
$$\omega = \frac{v}{r}$$

5. Beide Formeln werden in die Energiebilanz eingesetzt, die erhaltene Gleichung nach der Geschwindigkeit umgeformt und diese bestimmt: (umstellen und ausrechnen)

$$\cancel{m} \cdot g \cdot h = \frac{1}{2}\cancel{m} \cdot v^2 + \frac{1}{4}\cancel{m} \cdot v^2$$

$$g \cdot h = \frac{3}{4} v^2$$

$$v^2 = \frac{4}{3} g \cdot h$$

$$v = \sqrt{\frac{4}{3} g \cdot h}$$

$$v = 5{,}11\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

6. Ein Vergleich zeigt, dass der Quader eine höhere Geschwindigkeit am Ende der Ebene besitzt und somit auch vor dem Zylinder unten ankommt. (Antwort finden)

Aufgabe 2

Herr Meier fährt mit seinem Auto insgesamt $20\ \mathrm{km}$ auf der Autobahn. Die ersten $10\ \mathrm{km}$ ist die Strecke frei und er kann $100\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ fahren. Auf den zweiten $10\ \mathrm{km}$ ist jedoch eine Baustelle, in der er nur $50\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ fahren kann. Berechnen Sie die Durchschnittsgeschwindigkeit seiner Autobahnfahrt.

1. Die Durchschnittsgeschwindigkeit ist definiert als Quotient aus der gesamten zurückgelegten Strecke und der dafür benötigten Zeit: (in Formelsammlung nachschlagen)

$$\bar{v} = \frac{s_{\mathrm{ges}}}{t_{\mathrm{ges}}}$$

2. Zur Bestimmung der Gesamtzeit werden beide Abschnitte einzeln betrachtet. In beiden liegt eine geradlinig gleichförmige Bewegung zu Grunde: (Bewegung bestimmen)

$$v = \frac{s}{t}$$

3. Diese Formel wird nach der Zeit umgestellt und für beide Abschnitte bestimmt: (umstellen und ausrechnen)

$$t = \frac{s}{v}$$

$$t_1 = \frac{10\ \mathrm{km}}{100\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}} = 0{,}1\ \mathrm{h}$$

$$t_2 = \frac{10\ \mathrm{km}}{50\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}} = 0{,}2\ \mathrm{h}$$

4. Die Gesamtzeit ist die Summe beider Einzelzeiten: (mathematische Operation ausführen)

$$t_{\mathrm{ges}} = t_1 + t_2$$

$$t_{\mathrm{ges}} = 0{,}3\ \mathrm{h}$$

5. Die Durchschnittsgeschwindigkeit kann nun bestimmt werden. Sie beträgt nicht, wie man vielleicht denken könnte, 75 $\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$. (umstellen und ausrechnen)

$$\bar{v} = \frac{20\ \mathrm{km}}{0{,}3\ \mathrm{h}}$$

$$\bar{v} = 66{,}67\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$$

Aufgabe 3

Berechnen Sie die Wurfweite eines Balles, der unter einem Winkel von 20° zur Horizontalen und mit einer Geschwindigkeit von 90 $\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ abgeworfen wird. Vereinfacht wird angenommen, dass der Wurf direkt vom Erdboden aus durchgeführt wird.

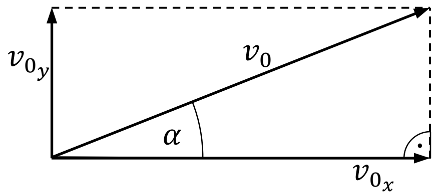
1. Bevor mit der angegebenen Geschwindigkeit gerechnet werden kann, muss diese in die Einheit $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ umgerechnet werden: (Einheit umrechnen)

$$90\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} = 25\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

2. Diese Anfangsgeschwindigkeit von $v_0 = 25\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ muss zunächst in ihren x- und y-Anteil zerlegt werden. Dies geschieht mit Hilfe der trigonometrischen Funktionen im rechtwinkligen Dreieck: (mathematischen Zusammenhang finden)

$$\sin\alpha = \frac{v_{0_y}}{v_0} \Leftrightarrow v_{0_y} = v_0 \cdot \sin\alpha$$

$$\cos\alpha = \frac{v_{0_x}}{v_0} \Leftrightarrow v_{0_x} = v_0 \cdot \cos\alpha$$



3. Als Erstes muss die Steighöhe h des Wurfes bestimmt werden. Diese erhält man durch den Energieerhaltungssatz: (Energieansatz)

$$E_{\mathrm{pot}} = E_{\mathrm{kin}}$$

$$m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} m \cdot {v_{0_y}}^2$$

4. Die erhaltene Gleichung wird nach der Steighöhe h umgestellt und die gegebenen Werte eingesetzt. (umstellen und ausrechnen)

$$\cancel{m} \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cancel{m} \cdot {v_{0_y}}^2$$

$$h = \frac{1}{2} \frac{{v_{0_y}}^2}{g}$$

$$h = \frac{1}{2} \frac{(v_0 \cdot \sin\alpha)^2}{g}$$

$$h = 3{,}73\ \mathrm{m}$$

5. Als Nächstes wird mit der erhaltenen Steighöhe die Steigzeit bestimmt: Bei der Bewegung des Balles nach Oben handelt es sich um eine gleichmäßig negativ beschleunigte Bewegung. Die Gleichung lautet: (Bewegung bestimmen)

$$h = \frac{1}{2} g \cdot {t_\mathrm{s}}^2$$

6. Diese Gleichung wird nun nach der gesuchten Steigzeit umgestellt und diese ausgerechnet: (umstellen und ausrechnen)

$$t_\mathrm{s}^2 = \frac{2h}{g}$$

$$t_\mathrm{s} = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

$$t_\mathrm{s} = 0{,}87\ \mathrm{s}$$

7. Nun kann die Wurfzeit bestimmt werden. Die Wurfzeit beträgt das Doppelte der Steigzeit, da der Ball zum Steigen genau so viel Zeit benötigt wie zum Fallen. Es folgt: (mathematische Operation ausführen)

$$t_\mathrm{ges} = 2t_\mathrm{s}$$

$$t_\mathrm{ges} = 1{,}74\ \mathrm{s}$$

8. Nun erst ist es möglich, die gesuchte Wurfweite zu bestimmen. Bei der waagrechten Bewegung handelt es sich um eine geradlinig gleichförmige Bewegung. Es gilt die Formel: (Bewegung bestimmen)

$$v_{0_x} = \frac{s}{t_\mathrm{ges}}$$

9. Im letzten Schritt wird diese Formel nach der gesuchten Wurfweite umgestellt und die Werte werden eingesetzt: (umstellen und ausrechnen)

$$s = v_{0_x} \cdot t_\mathrm{ges}$$

$$s = v_0 \cdot \cos\alpha \cdot t_\mathrm{ges}$$

$$s = 40{,}95\ \mathrm{m}$$

Aufgabe 4

Ein Arzt misst bei seinem Patienten einen Blutdruck von $120 : 85$. Diese Werte geben den Blutdruck vor und nach dem Durchlauf des Blutkreislaufes an. Die Angabe erfolgt in $\mathrm{mm\ Hg}$: $1\ \mathrm{mm\ Hg} =$ Schweredruck, den ein Millimeter einer Quecksilbersäule ausübt. Die Dichte von Quecksilber beträgt $13{,}546\ \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}$. Bestimmen Sie den Wert des gemessenen Blutdrucks in Pa. (Aufgabe nach (Blum, 2010))

1. Für die spätere Rechnung muss die Dichte von Quecksilber von $\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}$ in $\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$ umgerechnet werden: (Einheit umrechnen)

$$\rho_{\mathrm{Hg}} = 13{,}546\ \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3} = 13546\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$$

2. Als Grundgleichung für den Schweredruck gilt die Gleichung: (in Formelsammlung nachschlagen)

$$p = \rho_{\mathrm{Hg}} \cdot g \cdot h$$

3. Als Nächstes wird mit obiger Formel der Druck bestimmt, der in $1\ \mathrm{mm}$ Quecksilbersäule herrscht: (umstellen und ausrechnen)

$$h = 1\ \mathrm{mm} = 10^{-3}\ \mathrm{m}$$
$$p = 132{,}9\ \mathrm{Pa}$$

4. Durch einfache Multiplikation werden nun die beiden gesuchten Drücke bestimmt: (mathematische Operation ausführen)

$$p_{vor} = 120 \cdot 132{,}9\ \mathrm{Pa} = 15946\ \mathrm{Pa}$$
$$p_{nach} = 85 \cdot 132{,}9\ \mathrm{Pa} = 11295\ \mathrm{Pa}$$

Aufgabe 5

Geostationäre Satelliten sind Satelliten, die die Erde in einer Kreisbahn umfliegen, dabei jedoch stets über demselben Ort auf der Erde stehen, für einen Beobachter also so wirken, als wären sie direkt über ihm fixiert. Berechnen Sie die Höhe eines solchen Satelliten über der Erdoberfläche.

1. Die Satelliten bewegen sich auf Kreisbahnen um die Erde, die durch die Gravitationskraft hervorgerufen werden. Es werden demnach folgende Formeln zur Berechnung benötigt: (in Formelsammlung nachschlagen)

$$F_r = m_{\mathrm{Satellit}} \cdot \frac{v^2}{r} = m_{\mathrm{Satellit}} \cdot r \cdot \omega^2$$
$$F_G = G \cdot \frac{m_{\mathrm{Erde}} \cdot m_{\mathrm{Satellit}}}{r^2}$$

2. Da sich die Satelliten stets über demselben Punkt auf der Erde befinden, muss ihre Umlaufzeit ebenfalls $24\ \mathrm{h}$ betragen. Es gilt also: (physikalischen Zusammenhang finden)

$$T_{\mathrm{Satellit}} = T_{\mathrm{Erde}} = 24\ \mathrm{h}$$

3. Diese Umlaufzeit muss für die spätere Rechnung in Sekunden umgerechnet werden: (Einheit umrechnen)

$$24\ \mathrm{h} = 60 \cdot 60 \cdot 24\ \mathrm{s} = 86400\ \mathrm{s}$$

4. Zur Lösung des Problems werden beide obigen Kräfte gleichgesetzt: (physikalischen Zusammenhang finden)

$$F_r = F_G$$
$$m_{\mathrm{Satellit}} \cdot r \cdot \omega^2 = G \cdot \frac{m_{\mathrm{Erde}} \cdot m_{\mathrm{Satellit}}}{r^2}$$

5. Die erhaltene Gleichung wird nach r umgestellt: (umstellen und ausrechnen)

$$\cancel{m}_{\mathrm{Satellit}} \cdot r \cdot \omega^2 = G \cdot \frac{m_{\mathrm{Erde}} \cdot \cancel{m}_{\mathrm{Satellit}}}{r^2}$$
$$r^3 = G \cdot \frac{m_{\mathrm{Erde}}}{\omega^2}$$
$$r = \sqrt[3]{G \cdot \frac{m_{\mathrm{Erde}}}{\omega^2}}$$

6. Die unbekannte Winkelgeschwindigkeit muss mit Hilfe der Umlaufzeit angegeben werden: (in Formelsammlung nachschlagen)

$$\omega = \frac{2\pi}{T_{\mathrm{Erde}}} = \frac{2\pi}{86400\ \mathrm{s}}$$

7. Die Werte für die verschiedenen Variablen werden eingesetzt und das Ergebnis mit dem Taschenrechner bestimmt: (umstellen und ausrechnen)

$$\Rightarrow r = \sqrt[3]{6{,}673 \cdot 10^{-11}\ \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{kg} \cdot \mathrm{s}^2} \cdot \frac{5{,}97 \cdot 10^{24}\ \mathrm{kg}}{\left(\frac{2\pi}{86400\ \mathrm{s}}\right)^2}}$$

$$r = 42\ 233\ 240\ \mathrm{m}$$

$$r = 42\ 233\ \mathrm{km}$$

8. Dieser Abstand r ist der Abstand vom Erdmittelpunkt bis zum Satelliten. Da jedoch die Höhe des Satelliten über der Erdoberfläche gesucht ist, muss der Erdradius noch von diesem Ergebnis abgezogen werden: (mathematische Operation ausführen)

$$h = r - r_{\mathrm{Erde}}$$

$$h = 42\ 233\ \mathrm{km} - 6371\ \mathrm{km}$$

$$h = 35\ 862\ \mathrm{km}$$

Aufgabe 6

Wie verändert sich die Periodendauer eines Fadenpendels der Länge $1\ \mathrm{m}$, wenn die Masse des angehängten Probekörpers verdoppelt wird? Berechnen Sie jeweils die Periodendauer.

1. Bei einem Fadenpendel gilt folgende Gleichung für die Periodendauer: (in Formelsammlung nachschlagen)

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$$

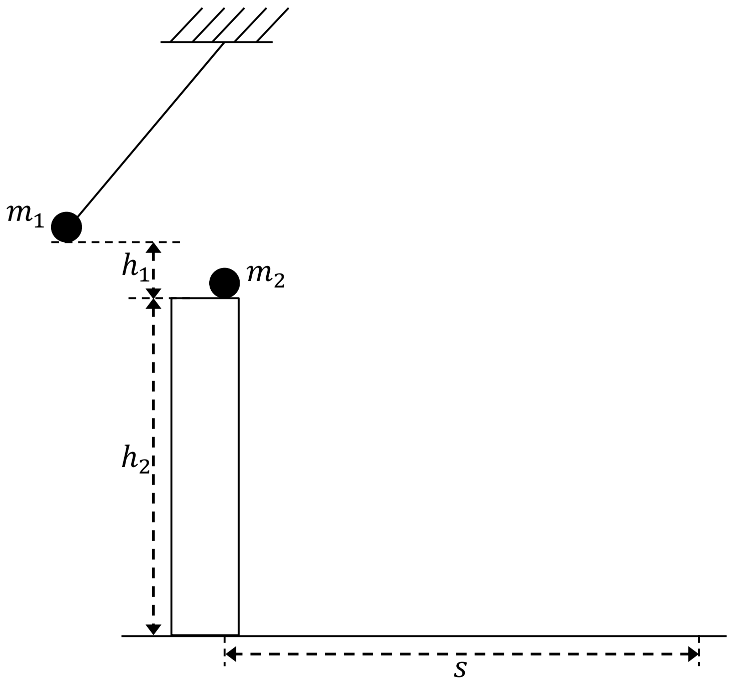
2. In dieser Formel taucht die Masse des Probekörpers nicht auf. Bei Verdopplung der Masse bleibt also die Periodendauer konstant. (Antwort finden)
3. Zur Berechnung der Periodendauer werden die gegebenen Werte eingesetzt: (umstellen und ausrechnen)

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{1\ \mathrm{m}}{9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}}$$

$$T = 2\ s$$

Aufgabe 7

Eine an einem $2\ \mathrm{m}$ langen Faden befestigte Pendelkugel mit der Masse $m_1 = 1\ \mathrm{kg}$ wird von der Höhe $h_1 = 0{,}8\ \mathrm{m}$ losgelassen (siehe Skizze). Im tiefsten Punkt der Pendelbahn stößt diese Kugel zentral elastisch gegen eine ruhende Kugel gleicher Masse. Die zweite Kugel fliegt so weg, dass sie auf einen mit Sand bedeckten Boden fällt, wo sie – $5\ \mathrm{m}$ unterhalb ihrer ursprünglichen Auflagefläche im Abstand s von diesem – im Sand liegen bleibt. Berechnen Sie den in der Skizze angegebenen Abstand s. (Aufgabe und Bild nach (Stark, 2007))



1. Die erste Bewegung, die betrachtet wird, ist die Schwingung der Kugel 1. Für diese gilt folgende Energiebilanz: (Energieansatz)

$$E_{\text{pot}} = E_{\text{kin}}$$

$$m_1 \cdot g \cdot h_1 = \frac{1}{2} m_1 \cdot v^2$$

2. Wichtig für den späteren Stoß ist die Geschwindigkeit der Kugel 1 im tiefsten Punkt der Pendelbahn. Dazu wird obige Gleichung nach der Geschwindigkeit umgestellt und die gegebenen Werte werden eingesetzt: (umstellen und ausrechnen)

$$\cancel{m_1} \cdot g \cdot h_1 = \frac{1}{2} \cancel{m_1} \cdot v^2$$

$$v^2 = 2g \cdot h_1$$

$$v = \sqrt{2g \cdot h_1}$$

$$v = 3{,}96\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

3. Da es sich beim vorliegenden Stoß um einen zentralen elastischen Stoß handelt, bewegt sich Kugel 2 nach dem Stoß ebenfalls mit der Geschwindigkeit $v = 3{,}96\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. (physikalischen Zusammenhang finden)
4. Kugel 2 führt nun einen waagrechten Wurf aus. (Bewegung bestimmen)
5. In waagerechte Richtung handelt es sich um eine geradlinig gleichförmige Bewegung und in senkrechte Richtung um eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung. Die beiden notwendigen Formeln für diese Bewegungen sind: (in Formelsammlung nachschlagen)

$$v = \frac{s}{t}$$

$$h_2 = \frac{1}{2} g \cdot t^2$$

6. Die erste Gleichung kann leicht nach der Zeit umgestellt und diese in die zweite Gleichung eingesetzt werden. Man erhält: (mathematischen Zusammenhang finden)

$$t = \frac{s}{v}$$

$$h_2 = \frac{1}{2} g \cdot \left(\frac{s}{v}\right)^2$$

$$h_2 = \frac{g}{2v^2} \cdot s^2$$

7. Diese Gleichung wird schließlich nach dem gesuchten Abstand s umgestellt und die gegebenen Werte werden eingesetzt: (umstellen und ausrechnen)

$$s^2 = \frac{2v^2 \cdot h_2}{g}$$

$$s = v \cdot \sqrt{\frac{2h_2}{g}}$$

$$s = 4{,}00\ \mathrm{m}$$

Verwendete Formelsammlung kopiert aus (Meyer & Schmidt, 2007).

Physikalische Konstanten

Größe	Formelzeichen	Wert
Fundamentale Naturkonstanten		
absoluter Nullpunkt	T_a	$0\ K = -273{,}15\ °C$
atomare Masseeinheit	u	$1{,}660\ 540 \cdot 10^{-27}\ kg$
Lichtgeschwindigkeit im Vakuum	c	$2{,}997\ 924\ 58 \cdot 10^{8}\ m \cdot s^{-1}$
AVOGADRO-Konstante (AVOGADRO-Zahl)	N_A	$6{,}022\ 142 \cdot 10^{23} \cdot mol^{-1}$
BOLTZMANN-Konstante	k	$1{,}380\ 650 \cdot 10^{-23}\ J \cdot K^{-1}$
COMPTON-Wellenlänge des Elektrons	λ_C	$2{,}426\ 310 \cdot 10^{-12}\ m$
FARADAY-Konstante	F	$9{,}648\ 534 \cdot 10^{4}\ A \cdot s \cdot mol^{-1}$
LOSCHMIDT-Konstante	N_L	$2{,}686\ 778 \cdot 10^{25}\ m^{-3}$
plancksches Wirkungsquantum (PLANCK-Konstante)	h	$6{,}626\ 069 \cdot 10^{-34}\ J \cdot s$
RYDBERG-Konstante	R_H	$1{,}097\ 373 \cdot 10^{7}\ m^{-1}$
RYDBERG-Frequenz	R_y	$3{,}289\ 841 \cdot 10^{15}\ Hz$
STEFAN-BOLTZMANN-Konstante	σ	$5{,}670\ 400 \cdot 10^{-8}\ W \cdot m^{-2} \cdot K^{-4}$
Solarkonstante für die Erde	S	$1{,}366 \cdot 10^{3}\ W \cdot m^{-2}$
Tripelpunkt von Wasser	T_{tr}	$273{,}16\ K = 0{,}01\ °C$
universelle Gaskonstante	R	$8{,}314\ 472\ J \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1}$
wiensche Konstante	k	$2{,}897\ 769 \cdot 10^{-3}\ m \cdot K$
Feldkonstanten		
Gravitationskonstante	G, γ	$6{,}673 \cdot 10^{-11}\ m^3 \cdot kg^{-1} \cdot s^{-2}$
elektrische Feldkonstante	ε_0	$8{,}854\ 188 \cdot 10^{-12}\ A \cdot s \cdot V^{-1} \cdot m^{-1}$
magnetische Feldkonstante	μ_0	$4\pi \cdot 10^{-7}\ V \cdot s \cdot A^{-1} \cdot m^{-1}$ $= 1{,}256\ 637 \cdot 10^{-6}\ V \cdot s \cdot A^{-1} \cdot m^{-1}$
Normgrößen		
molares Normvolumen	V_0	$22{,}414\ l \cdot mol^{-1}$
Normdruck	p_0	$101\ 325\ Pa = 1{,}013\ 25\ bar$
Normfallbeschleunigung (Ortsfaktor)	g_0	$9{,}806\ 65\ m \cdot s^{-2} \approx 9{,}81\ m \cdot s^{-2}$
Normtemperatur	T_0, ϑ_0	$T_0 = 273{,}15\ K \quad \vartheta_0 = 0\ °C$
Elementarteilchen		
Elektron — Ladung (Elementarladung)	e	$1{,}602\ 176\ 46 \cdot 10^{-19}\ C$
Elektron — Ruhemasse	m_e	$9{,}109\ 381\ 88 \cdot 10^{-31}\ kg$
Elektron — spezifische Ladung	$\frac{e}{m_e}$	$1{,}758\ 820 \cdot 10^{11}\ C \cdot kg^{-1}$
Neutron — Ruhemasse	m_n	$1{,}674\ 927\ 16 \cdot 10^{-27}\ kg$
Proton — Ruhemasse	m_p	$1{,}672\ 621\ 58 \cdot 10^{-27}\ kg$

Daten zu Erde, Mond und Sonne

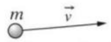
Größe	Erde ⊕	Mond ☾	Sonne ⊙
mittlerer Radius $\bar{r}$	$6{,}371 \cdot 10^3\ km$	$1{,}738 \cdot 10^3\ km$	$6{,}96 \cdot 10^5\ km$
Masse m	$5{,}97 \cdot 10^{24}\ kg$	$7{,}35 \cdot 10^{22}\ kg$	$1{,}989 \cdot 10^{30}\ kg$
mittlere Dichte $\bar{\rho}$	$5{,}524\ g \cdot cm^{-3}$	$3{,}34\ g \cdot cm^{-3}$	$1{,}41\ g \cdot cm^{-3}$
Fallbeschleunigung an der Oberfläche	$9{,}81\ m \cdot s^{-2}$	$1{,}62\ m \cdot s^{-2}$	$274\ m \cdot s^{-2}$
Oberflächentemperatur T	$-88\ °C \ldots 60\ °C$	$-160\ °C \ldots 130\ °C$	$\approx 6\ 000\ °C$
Rotationsdauer T (siderisch)	23 h 56 min 4 s	27,321 66 d	25,4 d
Umlaufzeit T_U (siderisch)	365 d 6 h 9 min 9 s	27,321 66 d	–
mittlere Bahngeschwindigkeit $\bar{v}$	$29{,}79\ \frac{km}{s}$	$1{,}02\ \frac{km}{s}$	$\approx 250\ \frac{km}{s}$
größte scheinbare Helligkeit m_{max}	–	$-12{,}^m7$	$-26{,}^m86$
mittlerer scheinbarer Winkeldurchmesser d	–	≈ 31'	≈ 32'
mittlere Entfernung zur Erde	–	384 400 km	$149{,}6 \cdot 10^6\ km$

Mechanik

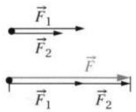
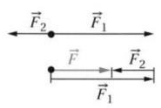
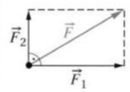
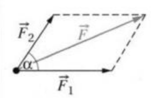
Kräfte in der Mechanik

Gewichtskraft F_G	$F_G = m \cdot g$	m, M Massen g Fallbeschleunigung (↗ S. 69) μ Reibungszahl (↗ S. 74) F_N Normalkraft v Bahngeschwindigkeit r Kreisbahnradius, Abstand T Umlaufzeit ω Winkelgeschwindigkeit D Federkonstante s Dehnung der Feder ρ Dichte (↗ S. 74) V Volumen p Druck A Fläche G Gravitationskonstante (↗ S. 69)
Reibungskraft F_R	$F_R = \mu \cdot F_N$	
Radialkraft F_r (Zentripetalkraft F_Z)	$F_r = m \cdot \frac{v^2}{r}$ $F_r = m \cdot \frac{4\pi^2 \cdot r}{T^2}$ $F_r = m \cdot \omega^2 \cdot r$	
Federspannkraft F_E (hookesches Gesetz)	$F_E = D \cdot s$	
Auftriebskraft F_A	$F_A = \rho \cdot V \cdot g$	
Druckkraft F_p	$F_p = p \cdot A$	
Gravitationskraft F	$F = G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2}$	

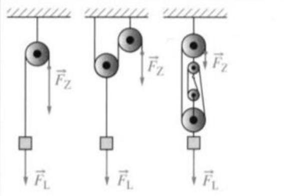
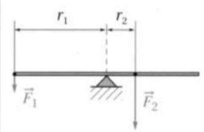
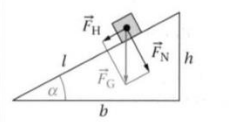
Newtonsche Gesetze

1. newtonsches Gesetz (Trägheitsgesetz)	Unter der Bedingung $\sum \vec{F}_{\text{äuß}} = \vec{0}$ gilt: $\vec{v}$ = konstant	 $F_{\text{äuß}}$ äußere Kräfte, die auf einen Körper (ein System) wirken v Geschwindigkeit
2. newtonsches Gesetz (newtonsches Grundgesetz)	$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$ $\vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$	 F Kraft p Impuls a Beschleunigung m Masse t Zeit
3. newtonsches Gesetz (Wechselwirkungsgesetz)	$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$	

Zusammensetzung von Kräften (gilt analog für Geschwindigkeiten)

$\vec{F}_1$ und $\vec{F}_2$ sind gleich gerichtet	$\vec{F}_1$ und $\vec{F}_2$ sind entgegengesetzt gerichtet	$\vec{F}_1$ und $\vec{F}_2$ sind senkrecht zueinander	$\vec{F}_1$ und $\vec{F}_2$ bilden einen beliebigen Winkel miteinander
			
$F = F_1 + F_2$	$F = F_1 - F_2$	$F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$	$F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 \cdot F_2 \cdot \cos\alpha}$

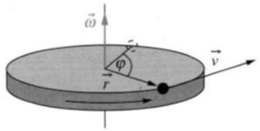
Kraftumformende Einrichtungen

Rolle, Flaschenzug	Hebel	geneigte Ebene
		
Im Gleichgewicht gilt bei Vernachlässigung der Massen von Seilen und Rollen: $F_Z = \frac{1}{n} \cdot F_L$ $s_Z = n \cdot s_L$ n Anzahl der tragenden Seile	Im Gleichgewicht gilt unter der Bedingung $\vec{r} \perp \vec{F}$ bei Vernachlässigung der Masse des Hebels: $r_1 \cdot F_1 = r_2 \cdot F_2$ $M_1 = M_2$ M Drehmoment r Kraftarm F Kraft	$F_H = F_G \cdot \sin\alpha$ $F_N = F_G \cdot \cos\alpha$ $\frac{F_H}{F_G} = \frac{h}{l}$ $\frac{F_N}{F_G} = \frac{b}{l}$ $\frac{F_H}{F_N} = \frac{h}{b}$ F_G Gewichtskraft h Höhe F_H Hangabtriebskraft l Länge F_N Normalkraft b Basis
Goldene Regel der Mechanik: Was man an Kraft spart, muss man an Weg zusetzen. $F_1 \cdot s_1 = F_2 \cdot s_2$		

Bewegungsgesetze der Translation

gleichförmige geradlinige Bewegung	$s = v \cdot t + s_0$ $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$ $a = 0$	s_0 Anfangsweg bei $t = 0$ r Radius T Umlaufzeit n Drehzahl ω Winkelgeschwindigkeit a_r Radialbeschleunigung
gleichförmige Kreisbewegung	$v = \frac{2\pi \cdot r}{T}$ $v = 2\pi \cdot r \cdot n$ $v = \omega \cdot r$ $a_r = \frac{v^2}{r}$ $a_r = \omega^2 \cdot r$	
gleichmäßig beschleunigte Bewegung	$s = \frac{a}{2} \cdot t^2 + v_0 \cdot t + s_0$ $v = a \cdot t + v_0$ $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ = konstant Unter der Bedingung $s_0 = 0$ und $v_0 = 0$ gilt: $s = \frac{a}{2} \cdot t^2$ $s = \frac{v \cdot t}{2}$ $v = a \cdot t$ $v = \sqrt{2a \cdot s}$	s Weg v Geschwindigkeit a Beschleunigung t Zeit s_0 Anfangsweg v_0 Anfangsgeschwindigkeit bei $t = 0$
freier Fall	Für den freien Fall gilt: $s = \frac{g}{2} \cdot t^2$ $v = g \cdot t$ $v = \sqrt{2g \cdot s}$ a = konstant	g Fallbeschleunigung (Ortsfaktor) (↗ S. 69)

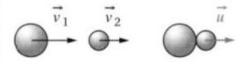
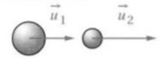
Bewegungsgesetze der Rotation

beliebige Rotation	$\vec{\varphi} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{\omega}\,(t)\,\mathrm{d}t + \vec{\omega}_0 \cdot t + \vec{\varphi}_0$ $\vec{\omega} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{\alpha}\,(t)\,\mathrm{d}t + \vec{\omega}_0$ $\quad \vec{\omega} = \frac{\mathrm{d}\vec{\varphi}}{\mathrm{d}t} = \dot{\varphi}$ $\vec{\alpha} = \frac{\mathrm{d}\vec{\omega}}{\mathrm{d}t}$ $\quad \vec{\alpha} = \frac{\mathrm{d}^2\vec{\varphi}}{\mathrm{d}t^2} = \ddot{\varphi}$	φ Winkel ω Winkelgeschwindigkeit α Winkelbeschleunigung t Zeit φ_0 Anfangswinkel bei $t = 0$ T Umlaufzeit n Drehzahl ω_0 Anfangswinkelgeschwindigkeit bei $t = 0$
gleichförmige Rotation	$\varphi = \omega \cdot t + \varphi_0$ $\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$ $\quad \omega = \frac{v}{r}$ $\quad \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot n$ $\alpha = 0$	
gleichmäßig beschleunigte Rotation	$\varphi = \frac{\alpha}{2} \cdot t^2 + \omega_0 \cdot t + \varphi_0$ $\omega = \alpha \cdot t + \omega_0$ $\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$ = konstant Unter der Bedingung $\varphi_0 = 0$ und $\omega_0 = 0$ gilt: $\varphi = \frac{\alpha}{2} \cdot t^2$ $\omega = \alpha \cdot t$	

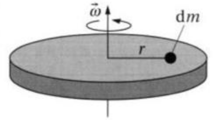
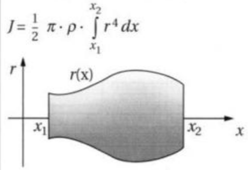
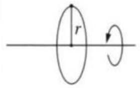
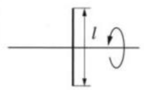
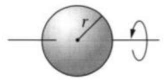
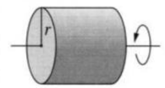
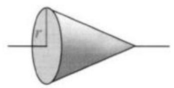
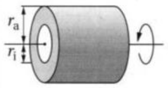
Zusammenhänge zwischen Größen der Translation und der Rotation

Translation	Zusammenhang	Rotation
Weg s	$s = \varphi \cdot r$ $\quad \varphi = \frac{s}{r}$	Winkel φ
Geschwindigkeit v	$v = \omega \cdot r$ $\quad \omega = \frac{v}{r}$	Winkelgeschwindigkeit ω
Beschleunigung a	$a = \alpha \cdot r$ $\quad \alpha = \frac{a}{r}$	Winkelbeschleunigung α
Kraft F	$F = \frac{M}{r}$ $\quad (\vec{r} \perp \vec{F})$ $\quad M = r \cdot F$	Drehmoment M
Masse m	$m = \frac{J}{r^2}$ $\quad J = m \cdot r^2$ (für einen Massepunkt)	Trägheitsmoment J

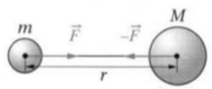
Unelastische und elastische Stöße

unelastischer gerader zentraler Stoß	Impuls: $m_1 \cdot \vec{v}_1 + m_2 \cdot \vec{v}_2 = (m_1 + m_2)\,\vec{u}$ Verringerung der kinetischen Energie: $\frac{1}{2}\,(m_1 \cdot v_1^2 + m_2 \cdot v_2^2) - \frac{1}{2}\,(m_1 + m_2)\,u^2$ Geschwindigkeit nach dem Stoß: $u = \frac{m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2}{m_1 + m_2}$	 m_1, m_2 Massen der Körper v_1, v_2 Geschwindigkeiten vor dem Stoß u, u_1, u_2 Geschwindigkeiten nach dem Stoß
elastischer gerader zentraler Stoß	Impuls: $m_1 \cdot \vec{v}_1 + m_2 \cdot \vec{v}_2 = m_1 \cdot \vec{u}_1 + m_2 \cdot \vec{u}_2$ Energie: $\frac{1}{2}\,(m_1 \cdot v_1^2 + m_2 \cdot v_2^2) = \frac{1}{2}\,(m_1 \cdot u_1^2 + m_2 \cdot u_2^2)$ Geschwindigkeiten nach dem Stoß: $u_1 = \frac{(m_1 - m_2)v_1 + 2m_2 \cdot v_2}{m_1 + m_2}$ $u_2 = \frac{(m_2 - m_1)v_2 + 2m_1 \cdot v_1}{m_1 + m_2}$	vor dem Stoß:  nach dem Stoß:  Es gilt auch: $v_1 + u_1 = v_2 + u_2$

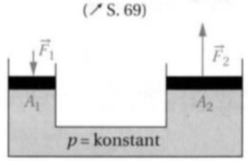
Dynamik der Rotation

Trägheitsmoment J	allgemein $J = \int r^2\,\mathrm{d}m$ 	beliebiger Rotationskörper $J = \frac{1}{2}\,\pi \cdot \rho \cdot \int_{x_1}^{x_2} r^4\,dx$ 
	Massepunkt, dünner Kreisring  $\quad J = m \cdot r^2$	langer dünner Stab  $\quad J = \frac{1}{12}\,m \cdot l^2$
	Kugel  $\quad J = \frac{2}{5}\,m \cdot r^2$	Vollzylinder  $\quad J = \frac{1}{2}\,m \cdot r^2$
	gerader Kreiskegel  $\quad J = \frac{3}{10}\,m \cdot r^2$	Hohlzylinder  $\quad J = \frac{1}{2}\,m\,(r_a{}^2 + r_i{}^2)$

Gravitation

Gravitationsgesetz	$F = G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2}$	
Gravitationsfeldstärke G^*	$G^* = \frac{F}{m} = G \cdot \frac{M}{r^2}$ Für Körper in der Nähe der Erdoberfläche gilt: $G^* = g$	G Gravitationskonstante (↗ S. 69) F Kraft auf einen Körper im Gravitationsfeld
Arbeit im Gravitationsfeld	$W = G \cdot m \cdot M \int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{r^2}\,dr$ $W = G \cdot m \cdot M \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$ In der Nähe der Erdoberfläche gilt: $W = m \cdot g \cdot h$	m, M Massen g Fallbeschleunigung (↗ S. 69) r Abstand der Massenmittelpunkte h Höhe

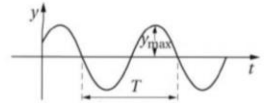
Dichte und Druck

Dichte ρ	$\rho = \frac{m}{V}$	m Masse V Volumen
Druck p	$p = \frac{F}{A}$ $(F \perp A)$	F Kraft A Fläche
Schweredruck p	$p = \frac{F_G}{A} = \frac{m \cdot g}{A}$ $p = \rho \cdot h \cdot g$	ρ Dichte (↗ S. 74) h Höhe g Fallbeschleunigung (↗ S. 69)
barometrische Höhenformel	$p = p_0 \cdot e^{-\left(\frac{\rho_0 \cdot g}{p_0} \cdot h\right)}$	
Auftriebskraft F_A	$F_A = \rho \cdot V \cdot g$	
hydraulische und pneumatische Anlagen	$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$	F_1, F_2 Kräfte an den Kolben A_1, A_2 Flächen der Kolben

Mechanische Energie

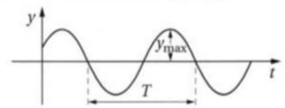
potenzielle Energie E_{pot} (Energie der Lage)	eines Körpers in der Nähe der Erdoberfläche $E_{pot} = F_G \cdot h$ einer gespannten Feder $E_{pot} = \frac{1}{2} D \cdot s^2$	F_G Gewichtskraft h Höhe D Federkonstante s Dehnung oder Stauchung der Feder
kinetische Energie E_{kin} (Energie der Bewegung)	der Translation $E_{kin} = \frac{1}{2} m \cdot v^2$ der Rotation $E_{kin} = \frac{1}{2} J \cdot \omega^2$	m Masse v Geschwindigkeit J Trägheitsmoment (↗ S. 88) ω Winkelgeschwindigkeit
Energieerhaltungssatz der Mechanik	In einem abgeschlossenem mechanischem System gilt: $E_{mech} = E_{pot} + E_{kin} = \text{konstant}$	

Mechanische Schwingungen

Weg-Zeit-Gesetz einer harmonischen Schwingung	$y = y_{max} \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_0)$	y Auslenkung t Zeit ω Kreisfrequenz y_{max} Amplitude φ_0 Phasenwinkel
Geschwindigkeit-Zeit-Gesetz einer harmonischen Schwingung	$v = \frac{dy}{dt} = y_{max} \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_0)$	
Beschleunigung-Zeit-Gesetz einer harmonischen Schwingung	$a = \frac{dv}{dt} = -y_{max} \cdot \omega^2 \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_0)$	
Schwingungsdauer T eines Fadenpendels	$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$	v Geschwindigkeit a Beschleunigung
eines Federschwingers	$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{D}}$	l Länge g Fallbeschleunigung (↗ S. 69)
eines Torsionspendels	$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{D}}$	m Masse des Körper J Trägheitsmoment (↗ S. 88)
eines physischen Pendels	$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{m \cdot g \cdot a}}$	a Abstand der Drehachse vom Schwerpunkt
einer Flüssigkeitssäule	$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{2g}}$	l Länge der Flüssigkeitssäule
Kraftgesetze für harmonische Schwingungen	$\vec{F} = -D \cdot \vec{y}$ $\vec{M} = -D \cdot \vec{\varphi}$	F Kraft D Richtgröße (Federkonstante) M Drehmoment
Energie eines harmonischen Oszillators	$E = \frac{1}{2} D \cdot y_{max}^2 = \frac{1}{2} m \cdot \omega^2 \cdot y_{max}^2$	φ Winkel m Masse
gedämpfte Schwingungen	$y = y_{max} \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_0)$	δ Abklingkoeffizient

Schwingungen und Wellen

Grundbegriffe und Grundgesetze

Schwingungsdauer T (Periodendauer)	$T = \frac{1}{f}$ $T = \frac{t}{n}$	t Zeit n Anzahl der Schwingungen
Frequenz f	$f = \frac{1}{T}$ $f = \frac{n}{t}$	
Kreisfrequenz ω	$\omega = 2\pi \cdot f$	
Auslenkung y bei einer harmonischen Schwingung	$y = y_{max} \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_0)$ Unter der Bedingung $\varphi_0 = 0$ bei $t = 0$ gilt: $y = y_{max} \cdot \sin(\omega \cdot t)$	y Auslenkung y_{max} Amplitude φ_0 Phasenwinkel λ Wellenlänge
Ausbreitungsgeschwindigkeit c von Wellen (Phasengeschwindigkeit)	$c = \lambda \cdot f$	

Zahlen zur Bestimmung der Gedächtniskapazität

3-stellig	542		633		657	
	925		177		824	
	703		562		824	
	197		305		702	
	645		380		887	
	913		773		745	
	554		546		994	
	972		837		457	
	498		945		424	
	700		765		381	
4-stellig	3627		3429		4518	
	5631		5899		8131	
	9407		4427		6416	
	6024		8409		8403	
	3667		8961		4696	
	8103		1881		4462	
	7243		8215		2183	
	9563		3723		2665	
	3573		9816		2690	
	5788		3276		3762	
5-stellig	89365		28835		21704	
	64578		51493		70551	
	40971		98474		75495	
	63629		52369		68256	
	65451		47490		34658	
	10580		76538		15464	
	47632		18353		26856	
	61487		26614		69472	
	82807		87414		75615	
	14296		80954		83445	
6-stellig	415912		974572		464888	
	685864		672930		219970	
	808756		891622		750547	
	541983		246450		698709	
	185730		222627		725107	
	821081		317155		110875	
	328810		132623		557883	
	416860		225591		154775	
	902160		688279		509978	
	511452		281849		517660	
7-stellig	1736206		3048623		4578914	
	1357060		5187299		1494602	
	5472528		9844720		3092172	
	8469918		6739428		3515261	
	1672628		7200482		2896884	
	6925753		9964546		7265063	
	1683897		1284964		3335413	
	2093168		2765460		6807245	
	5038776		8447299		6688863	
	3856304		3497683		5089411	
8-stellig	87050926		39856201		26395773	
	70433108		55200922		23168361	
	70891767		28020719		62516736	
	90472476		98213561		67479937	
	91727215		99032745		93035274	
	51862571		55580809		30058224	
	96466957		26916619		91737035	
	20512279		68256457		36650338	
	78627644		84140607		29502658	

Wiedererkennungsschlüssel:

	82191169		18508356		65935284	
9-stellig	550746587 544918052 607446032 151053145 933983661 663077047 886678060 639291856 122663385 938835553		577664851 421807536 326672900 910275561 637972225 239439148 178186063 329768334 547421015 403420486		354845419 638767211 748437043 934956742 671891487 364937257 433623563 125369146 248084984 624161899	